Comment mesurer le rayon terrestre avec son smartphone ?

Eléments de correction

Partie 1

1. Force d'attraction gravitationnelle exercée par la Terre sur un objet situé à sa surface :

$F_{Terre/objet} = G \times \frac{M_T \times m}{R_T^2}$. Poids de cet objet à la surface de la Terre : $P = m \times g$.

En considérant $P = F_{Terre/objet}$, on en déduit : $\boldsymbol{g} = \boldsymbol{G} \times \frac{\boldsymbol{M_T}}{\boldsymbol{R_T^2}}$.

2. D'après la deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F} = \vec{P} = m \times \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} \Rightarrow a_z = -g$ (en considérant un axe (Oz) ascendant).

Par intégration de la composante a_z : $v_z = -g \times t$ (cas d'une chute libre sans vitesse initiale).
Par intégration de la composante v_z : $z = -\frac{1}{2} g \times t^2 + z_0$, avec z_0 altitude de départ.
Soit Δt durée d'une chute libre de hauteur $z_0 = H$, la chute se termine lorsque l'objet atteint une altitude nulle :
$0 = -\frac{1}{2} g \times \Delta t^2 + H \Rightarrow \boldsymbol{H} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{2}} \boldsymbol{g} \times \Delta \boldsymbol{t^2}$.

3. Protocole expérimental :

- ✓ Pour différentes hauteurs de chute H on détermine la durée de chute Δt à l'aide d'un dispositif de mesures adapté (chronomètre, smartphone, etc.).
- ✓ Afin d'augmenter la précision, pour une même hauteur de chute on réalise 10 mesures consécutives de durée de chute afin d'obtenir la durée moyenne.
- ✓ On trace la représentation graphique : $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{f}\left(\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{2}} \Delta \boldsymbol{t^2}\right)$. On modélise cette représentation par le modèle mathématique le plus adéquat (modèle attendu : fonction linéaire).
- ✓ L'intensité de pesanteur terrestre au lieu d'expérimentation correspond au coefficient directeur de la droite modélisée.

Partie 2

1. Mise en œuvre du protocole expérimental :

Hauteur de chute (en m)	0,750	0,835	0,935	1,350	0,870	0,950	1,280	1,180	1,605	1,550
Durée de chute (en ms)	402	421	452	548	430	457	520	503	588	574

2. Evaluation des incertitudes-types *(exemples)* :

→ Sur la hauteur de chute : $u(H) = 0{,}5\ cm = 0{,}005\ m$.
→ Sur la durée de chute : $u(\Delta t) = 8\ ms = 0{,}008\ s$.

3. Oui le graphique que doit tracer le programme Python est conforme au protocole établi dans la 1ère partie :
   - Les listes à compléter (lignes 17 et 20) doivent rassembler les valeurs mesurées de H et Δt.
   - Les lignes 53 et 54 permettent de déterminer par la méthode de Monte-Carlo, les valeurs des abscisses et des ordonnées (issues du tirage aléatoire). L'abscisse étant de la forme $\frac{1}{2} \Delta t^2$.
   - Les lignes 76 et 77 permettent de tracer la modélisation de la représentation graphique $H = f\left(\frac{1}{2} \Delta t^2\right)$.

   La pente de la droite modélisée correspond à la valeur moyenne de l'intensité de pesanteur au lieu d'expérimentation (ligne 59). La valeur moyenne de la pente et son incertitude sont déterminées par la méthode de Monte-Carlo appliquée ici à la régression linéaire.

4. En suivant les étapes du **Document 2**, on obtient les résultats suivants : $g = 9{,}27\ m.s^{-2}$ et $u(g) = 0{,}10\ m.s^{-2}$.

Partie 3

1. A partir de la relation : $g = G \times \frac{M_T}{R_T^2}$ établie dans la Partie 1, on peut écrire :

$$R_T = \sqrt{\frac{G}{g} \times M_T} = 6{,}557 \times 10^6\ m = 6{,}557 \times 10^3\ km,$$

$$u(R_T) = \frac{(6{,}557 \times 10^3)}{2} \sqrt{\left(\frac{(0{,}004 \times 10^{14})}{(3{,}986 \times 10^{14})}\right)^2 + \left(\frac{0{,}10}{9{,}27}\right)^2} = 0{,}035 \times 10^3\ km.$$

2. $\frac{|R_T - R_{T,tab}|}{u(R_T)} = 5{,}1 > 3 \Rightarrow R_T$ et $R_{T,tab}$ sont peu compatibles, cependant la valeur déterminée expérimentalement est du même ordre de grandeur que la valeur tabulée.

3. La démarche expérimentale engagée a permis d'estimer un rayon terrestre, au lieu d'expérimentation, égal à $6{,}557 \times 10^3\ km$ et une incertitude-type égale à $0{,}035 \times 10^3\ km$, ce qui n'est pas compatible avec la valeur tabulée du rayon de la Terre à l'équateur.

   Afin d'améliorer la démarche expérimentale, on peut envisager :

   - De déclencher la chute de la bille à l'aide d'un système automatisé (électroaimant commandé à l'aide d'un microcontrôleur et d'un bouton poussoir).
   - D'augmenter le nombre de mesures de durée de chute pour une hauteur donnée.
   - D'augmenter le nombre de points (couples de valeurs {durée de chute ; hauteur}).
   - D'augmenter le nombre d'itérations dans la méthode de Monte-Carlo.