

Fiche outils de mathématiques pour la physique-chimie :

la fonction Logarithme décimal

Niveau(x)	Terminale STL SPCL/PCM et Terminale Spécialité PC
Discipline(s) dominante(s)	Physique-Chimie et Mathématiques
Chapitres	Réaction acide-base ; Ondes sonores
Nom de l'activité	Fiche outils : la fonction logarithme décimal
Type d'activité	Activité de découverte et exercices d'application
Déroulement de la séance	Présentation de la fonction mathématique et représentations graphiques. Propriétés de la fonction dans un premier temps puis utilisation de ces propriétés à faire sans la calculatrice.
Durée de l'activité et remarques	40 min (découverte des bases mathématiques) + 40 min (exercices d'application en physique-chimie lors d'une autre séance éventuelle ou bien pour un devoir à la maison)

Programme(s) officiel(s)

Chapitre réactions acido-basiques en solution aqueuse

Notions et contenus	Capacités exigibles
	Capacités expérimentales : - Mettre en œuvre un protocole expérimental pour montrer l'invariance du pK_a d'un couple acide/base par spectrophotométrie. - Réaliser une extraction ou une séparation faisant intervenir une espèce acide ou basique.
Notion du programme de mathématiques associée : Logarithme décimal.	

Compétences pouvant être évaluées au cours de l'activité

X S'approprier	X Analyser	X Réaliser	☐ Valider	☐ Communiquer
----------------	------------	------------	----------------------------------	--------------------------------------

Auteurs

Frédéric GILLOTEAU (production)
Philippe THIBAULT (mise en page)

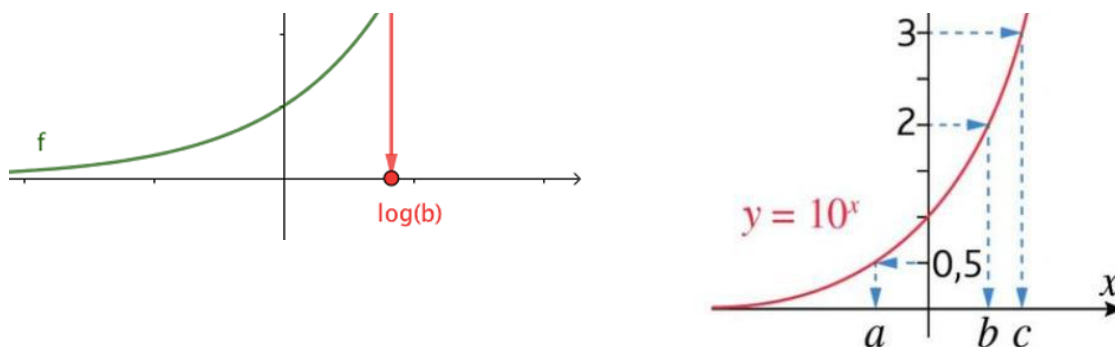
Applications du logarithme décimal

1. Activité de découverte de la fonction

Définition : On appelle **logarithme décimal** d'un réel strictement positif b , l'unique solution de l'équation $10^x = b$. On la note $\log(b)$.

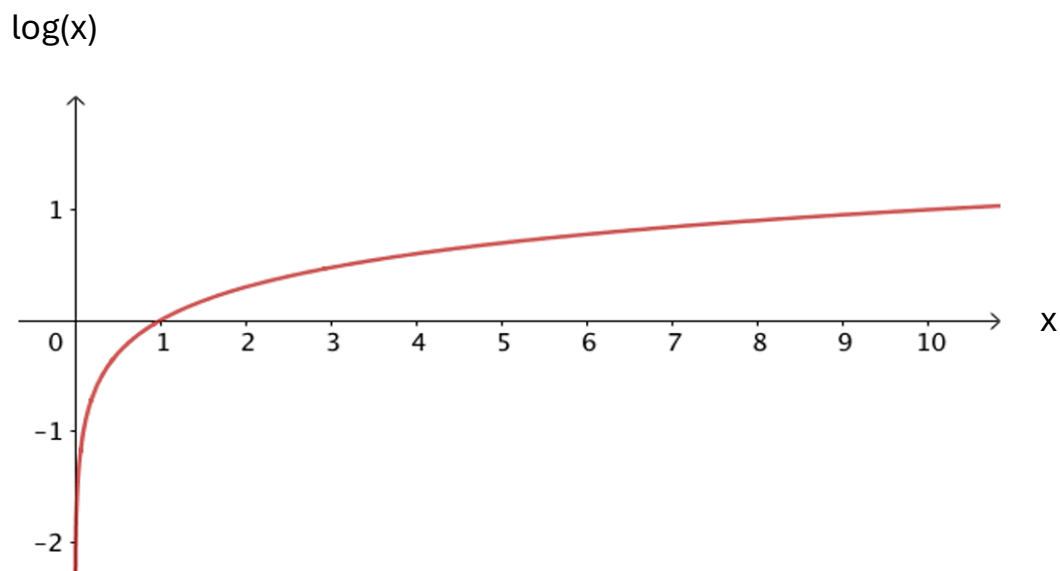
La **fonction logarithme décimal**, notée **log**, est la fonction :

$$x \mapsto \log(x)$$



À partir du graphique ci-contre, déterminer les valeurs exactes de a , b et c .

Propriété : La fonction logarithme décimal $x \mapsto \log(x)$ est croissante sur $]0 ; +\infty[$.



Donner si possible les valeurs exactes :

$$\log(0) =$$

$$\log(1) =$$

$$\log(10) =$$

$$\log(-10) =$$

$$\log(1000) =$$

$$\log(0,1) =$$

$$\log(10^5) =$$

$$\log(10^{-3}) =$$

$$\log(10^{-9}) =$$

Propriétés : Pour $a > 0$ et $b > 0$:

$$1) \log(a \times b) = \log(a) + \log(b)$$

$$2) \log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b)$$

$$3) \log\left(\frac{1}{b}\right) = -\log(b)$$

$$4) \text{ Pour } n \text{ entier naturel : } \log(a^n) = n \log(a)$$

a est un réel strictement positif. Exprimer les nombres suivants en fonction de $\log(a)$:

$$\log(a^6) =$$

$$\log(a^9 \times a^{-2}) =$$

$$\log(a^5 / a^7) =$$

Propriétés : Pour $a > 0$ et $b > 0$:

$$1) \log(a) = \log(b) \text{ revient à } a = b$$

$$2) \log(a) < \log(b) \text{ revient à } a < b$$

Résoudre les équations suivantes (retrouver x) :

$$a. \quad 4^x = 3$$

$$b. \quad 0,8^x = 0,75$$

$$c. \quad 12 - 3 \times 2^x = 5$$

Résoudre les inéquations suivantes (retrouver x) :

$$d. \quad 5^x < 4$$

$$e. \quad 0,98^x > 0,5$$

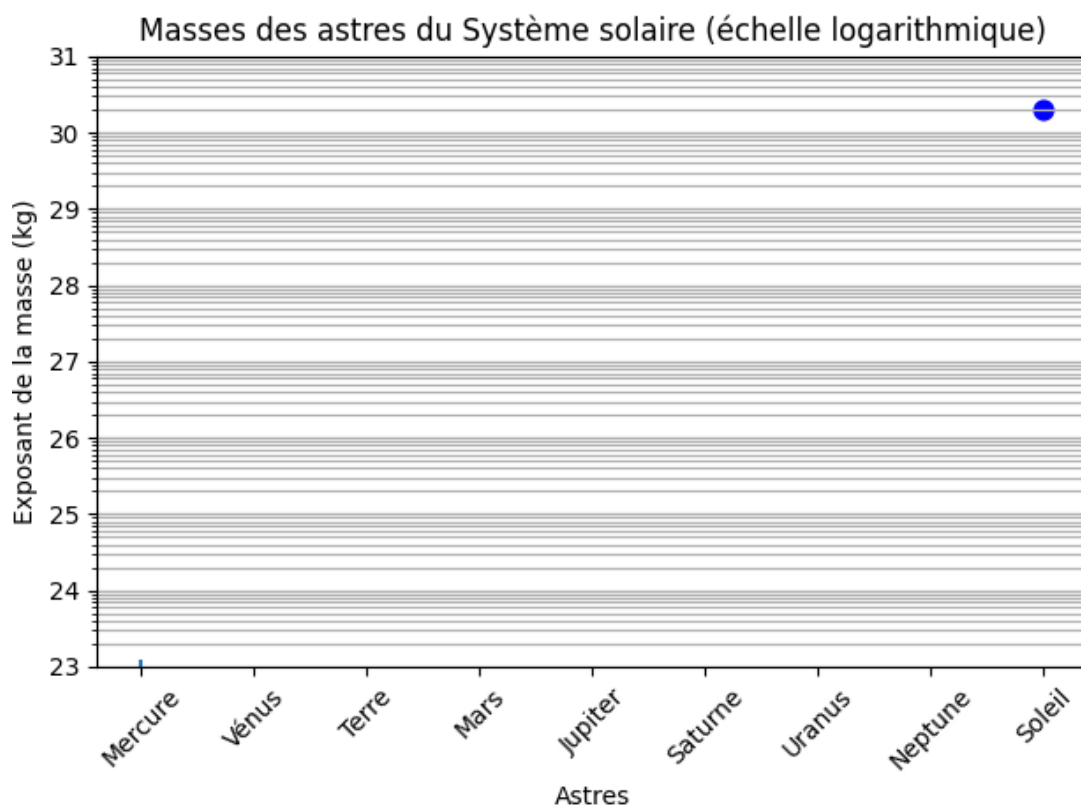
Propriétés de $\ln$ liées à la fonction $\exp$:

- a) Pour $x > 0$: $x = e^y \Leftrightarrow y = \ln(x)$
 b) $\ln(1) = 0$; $\ln(e) = 1$; $\ln\left(\frac{1}{e}\right) = -1$
 c) $\ln(e^x) = x$
 d) Pour $x > 0$: $e^{\ln(x)} = x$

Exercices d'application pour la fonction $\log(x)$ **a) Objets célestes**

- On pose $a = 3,30 \times 10^{23}$.
En utilisant les propriétés du Log, simplifier $\text{Log}(a)$.
- En déduire la place de Mercure sur le graphique,
puis des autres planètes
- Lire sur le graphique la masse du soleil.

Objet	Masse
Mercure	$3,30 \times 10^{23}$
Vénus	$4,87 \times 10^{24}$
Terre	$5,97 \times 10^{24}$
Mars	$6,42 \times 10^{23}$
Jupiter	$1,90 \times 10^{27}$
Saturne	$5,68 \times 10^{26}$
Uranus	$8,68 \times 10^{25}$
Neptune	$1,02 \times 10^{26}$
Soleil	$\times 10$



b) Une histoire de jus de citron

Le pH (potentiel hydrogène) mesure l'acidité d'une solution et est défini par :

$$\text{pH} = -\log \left([\text{H}_3\text{O}^+] \right)$$

où $[\text{H}_3\text{O}^+]$ désigne la concentration en ions oxonium exprimée en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

La concentration en ions H_3O^+ du jus de citron est $3,2 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Déterminer son pH à 10^{-1} près.

c) Encore des objets célestes

On mesure la luminosité d'un astre avec sa magnitude M définie par :

$$M = m + 5 \log \left(\frac{D}{10} \right)$$

où :

- m est la magnitude apparente,
- M est la magnitude absolue (c'est-à-dire la magnitude apparente si l'astre était situé à 10 parsecs (pc) de la Terre),
- D est la distance entre l'astre et la Terre, mesurée en parsecs (pc).

On rappelle qu'un parsec est environ égal à 30 900 milliards de kilomètres.

La magnitude apparente de Bételgeuse est $m = 0,58$; sa magnitude absolue est $M = -5,85$.

Retrouver que la distance D , entre Bételgeuse et la Terre, en parsecs.

d) Modélisation de la radioactivité du plutonium

La radioactivité du plutonium 238 diminue de moitié après $T = 86$ ans. Dans le phénomène de la radioactivité, le taux de décroissance est constant.

Le nombre de noyaux radioactifs, à l'instant t (en années), est donné par la formule :

$$N(t) = N_0 a^t,$$

où N_0 représente le nombre de noyaux radioactifs initialement présents.

Démontrer que déterminer a revient à résoudre l'équation

$$a^{86} = 0,5,$$

et en déduire la valeur de a arrondie à 10^{-3} près.